Technische Universität Braunschweig
Institut für Partielle Differentialgleichungen
apl. Professor Dr. Harald Löwe

Sommersemester 2022
15. Juli 2022

Abschlussklausur Ingenieurmathematik 1 — Seite 1 von 2 Seiten

Aufgabe 1:

a. Zeige nur mit Hilfe der Grenzwert–Definition: **7 P.**

$$\lim_{x \longrightarrow 3} (x^2 - x) = 6.$$

b. Zeige nur mit Hilfe der Definition der Ableitung: $(x^2 + 3x - 1)' = 2x + 3$. **5 P.**

c. Bestimme das Taylorpolynom 3. Ordnung der Funktion $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x$ im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. **5 P.**

d. Bestimme den Reihenwert der Reihe **5 P.**

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k$$

und folgere mit Hilfe des Majorantenkriteriums, dass die folgende Reihe konvergiert:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 + \sin(k)}{5^k}.$$

Aufgabe 2:

a. Bestimme die lokalen Extrema der Funktion **10 P.**

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad f(x) = \frac{x^4 + 3}{x^2 + 1}$$

Warum besitzt f auf dem Intervall $(1, 2)$ eine Umkehrfunktion f^{-1}? Auf welchem Intervall ist f^{-1} definiert? Welchen Wert besitzt $(f^{-1})'(3)$?

b. Bestimme eine Stammfunktion für **6 P.**

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 3x - 4}{x^2 - x - 2}.$$

c. Berechne den Wert des folgenden Integrals mit Hilfe der Substitution $u = \sqrt{1 + x}$: **6 P.**

$$\int_0^3 \cos(\sqrt{1 + x})\, \mathrm{d}x.$$

d. Welchen Konvergenzradius besitzt die Potenzreihe **4 P.**

$$\sum_{k=2022}^{\infty} \frac{2022^k}{k^{2022}} \cdot (x - 2022)^k?$$

Abschlussklausur Ingenieurmathematik 1 — Seite 2 von 2 Seiten

Aufgabe 3:

a. Es gilt **4 P.**

$$(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \text{ und } (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \text{ für } -1 < x < 1.$$

Wieso ist die Funktion $f(x) = \arccos x + \arcsin x$ auf dem Intervall $[-1, 1]$ konstant? Und welchen Wert hat diese Konstante?

b. Bestimme die Anzahl der Lösungen der Gleichung $x^7 - 7x^3 + 2 = 0$. **6 P.**

c. Zeige nur mit Hilfe der Grenzwert–Definition, dass die folgende Funktion in $x = 0$ unstetig ist: **6 P.**

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{für } x < 0 \\ x + 2 & \text{für } x \geq 0. \end{cases}$$

d. Berechne das Integral **6 P.**

$$\int_0^{\ln 2} (e^x - 1)\,\mathrm{d}x.$$

Wie könnte man das Integral

$$\int_0^1 \ln(1+x)\,\mathrm{d}x$$

auf das zuvor berechnete zurückführen?